

8.4: Solving Logarithmic Equations + Inequalities

pg 602.

Ex #1: $\log_{36} X = \frac{3}{2}$ 1A: $\log_9 X = \frac{3}{2}$

$$36^{\frac{3}{2}} = X$$

$$(6^2)^{\frac{3}{2}} = X$$

$$216 = X$$

$$9^{\frac{3}{2}} = X$$

$$(3^2)^{\frac{3}{2}} = X$$

$$27 = X$$

Equality

$$\log_b X = \log_b Y$$

$$X = Y$$

Ex #2: $\log_2 (x^2 - 4) = \log_2 3x$

$$\log_2 (x^2 - 4) = \log_2 3x$$

$$x^2 - 4 = 3x$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x-4=0 \quad x+1=0$$

$$x=4 \quad x=-1$$

2A) $\log_3 (x^2 - 15) = \log_3 2x$

$$x^2 - 15 = 2x$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x-5)(x+3) = 0$$

$$x=5 \quad x=-3$$

$\log_2 3$ error

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x-4=0 \quad x+1=0$$

$$x=4 \quad x=-1$$

Ex #3: $\log_3 X > 4$

$$X > 3^4$$

$$X > 81$$

3A) $\log_4 X \geq 3$

$$X \geq 4^3$$

$$X \geq 64$$

If $\log_b X > y$, then $X > b^y$
 If $\log_b X < y$, then $0 < X < b^y$

3B) $\log_2 X < 4$

$$X < 2^4$$

$$\{x \mid 0 < x < 16\}$$

Ex #4) $\log_4 (x+3) > \log_4 (2x+1)$

$$x+3 > 2x+1$$

$$-x > -2$$

$$x < 2$$

4A) $\log_5 (2x+1) \leq \log_5 (x+4)$

$$2x+1 \leq x+4$$

$$x \leq 3$$

$$\frac{2x+1}{x+4} \leq 1$$

$$2x+1 \leq x+4$$

$$x \leq 3$$

$\frac{1}{2} < x \leq 3$

$$2x+1 \geq 0 \quad x+4 \geq 0$$

$$2x \geq -1 \quad x \geq -4$$

$$x \geq -\frac{1}{2} \quad x \geq -4$$

8.4: Solving Logarithmic Equations + Inequalities

Ex #1: $\log_{36} X = \frac{3}{2}$
 $36^{\frac{3}{2}} = X$
 $(6^2)^{\frac{3}{2}} = X$
 $216 = X$

1A: $\log_9 X = \frac{3}{2}$
 $9^{\frac{3}{2}} = X$
 $(3^2)^{\frac{3}{2}} = X$
 $27 = X$

Equality
 $\log_b X = \log_b Y$
 $X = Y$

Ex #2: $\log_2 (x^2 - 4) = \log_2 3x$
 $\log_2 (x^2 - 4) = \log_2 3x$
 $x^2 - 4 = 3x$
 $x^2 - 3x - 4 = 0$
 $(x-4)(x+1) = 0$
 $x-4=0$ or $x+1=0$
 $x=4$ or $x=-1$

2A) $\log_3 (x^2 - 15) = \log_3 2x$
 $x^2 - 15 = 2x$
 $x^2 - 2x - 15 = 0$
 $(x-5)(x+3) = 0$
 $x=5$ or $x=-3$

Ex #3: $\log_3 X > 4$
 $X > 3^4$
 $X > 81$

3A) $\log_4 X \geq 3$
 $X \geq 4^3$
 $X \geq 64$

If $\log_b X > y$, then $X > b^y$
 If $\log_b X < y$, then $0 < X < b^y$

3B) $\log_2 X < 4$
 $X < 2^4$
 $\{X \mid 0 < X < 16\}$

Ex #4) $\log_4 (x+3) > \log_4 (2x+1)$
 $x+3 > 2x+1$
 $-x > -2$
 $x < 2$

4A) $\log_5 (2x+1) \leq \log_5 (x+4)$
 $2x+1 \leq x+4$
 $x \leq 3$
 $-\frac{1}{2} < X \leq 3$

$2x+1 \geq 0$
 $x \geq -\frac{1}{2}$
 $x+4 \geq 0$
 $x \geq -4$
 $-\frac{1}{2} < X < 2$
 $-\frac{1}{2} < X < 2$